

Глава 3

Ударные волны

§ 1. УДАРНАЯ КРИВАЯ.

На фронте ударной волны происходит необратимое превращение механической энергии в тепло. Этот процесс, поэтому, не изоэнтропический.

Попробуем найти связь между давлением p и плотностью ρ по обе стороны разрывного фронта. На разрыве дифференциальные уравнения бесполезны, но можно воспользоваться законами сохранения.

Закон сохранения массы в координатах, где фронт покоится, будет таким:

$$\rho_1 v_1 dt S = \rho_2 v_2 dt S ;$$

$$\rho_1 v_1 = \rho_2 v_2 . \quad (1)$$

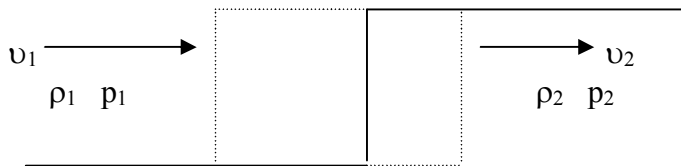


Рис. 1.

Понятно, что в лабораторной системе отсчёта $v_1 = D$, а $v_2 = D - v$.

Закон сохранения импульса взаимозаменяем со II законом Ньютона и для элемента с массой dm , выделенного на рис. 1 пунктиром, будет:

$$F dt = d(mv);$$

$$(p_2 - p_1) dt S = [(\rho_1 v_1 dt S) v_1 - (\rho_2 v_2 dt S) v_2]; \quad p_2 - p_1 = \rho_1 v_1^2 - \rho_2 v_2^2 ;$$

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 v_2^2 . \quad (2)$$

Закон сохранения энергии:

(внутренняя энергия + работа + кинетическая энергия) до фронта =
= (в. э. + р. + к.э.) после.

Введём удельную внутреннюю энергию: $\varepsilon = E/m$, где E – внутренняя энергия. Тогда:

$$\varepsilon_1 (\rho_1 v_1 dt S) + p_1 (S v_1 dt) + (v_1^2/2)(\rho_1 v_1 dt S) =$$

$$= \varepsilon_2 (\rho_2 v_2 dt S) + p_2 (S v_2 dt) + (v_2^2/2)(\rho_2 v_2 dt S) .$$

Воспользуемся формулой (1) и сократим массу:

$$\varepsilon_1 + \frac{p_1}{\rho_1} + \frac{v_1^2}{2} = \varepsilon_2 + \frac{p_2}{\rho_2} + \frac{v_2^2}{2} .$$

Введём новую функцию, известную в термодинамике как энтальпия, или тепловая функция:

$$H_1 \equiv \left(\varepsilon_1 + \frac{p_1}{\rho_1} \right) = (\varepsilon_1 + p_1 V_1) . \quad V = 1/\rho \text{ – удельный объём или объём единицы массы.}$$

$$\text{Тогда:} \quad H_1 + \frac{v_1^2}{2} = H_2 + \frac{v_2^2}{2} \quad \text{или:} \quad H_1 - H_2 = \frac{v_2^2}{2} - \frac{v_1^2}{2} . \quad (3)$$

Это – закон сохранения энергии на фронте УВ.

Попробуем избавиться от скоростей и выразить разность энтальпий через давления и объёмы. Из закона сохранения массы (1) $v_2 = \rho_1 v_1 / \rho_2$. Подставим это в (2):

$$p_1 + \rho_1 v_1^2 = p_2 + \rho_2 \left(\frac{\rho_1^2}{\rho_2^2} v_1^2 \right); \text{ отсюда:}$$

$$v_1^2 = \frac{p_2 - p_1}{\rho_1 - \frac{\rho_1^2}{\rho_2}} = \frac{(p_2 - p_1)\rho_2}{\rho_1\rho_2 - \rho_1^2} = \frac{(p_2 - p_1)\rho_2}{(\rho_2 - \rho_1)\rho_1}; \quad v_2^2 = v_1^2 \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} \right)^2 = \frac{(p_2 - p_1)\rho_1}{(\rho_2 - \rho_1)\rho_2}.$$

Подставим эти выражения в (3):

$$H_1 - H_2 = \frac{1}{2} \frac{(p_2 - p_1)}{(\rho_2 - \rho_1)} \left(\frac{\rho_1}{\rho_2} - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) = \frac{(p_2 - p_1)}{2(\rho_2 - \rho_1)} \left(\frac{\rho_1^2 - \rho_2^2}{\rho_1\rho_2} \right) = \frac{(p_1 - p_2)(\rho_1 + \rho_2)}{2\rho_1\rho_2};$$

$$H_1 - H_2 = \frac{(p_1 - p_2)(V_1 + V_2)}{2}. \quad (4)$$

Видно, что энтальпия увеличивается на фронте. Это получилось из **механических** законов сохранения. Теперь попробуем выразить энтальпию через давление и объём, но из **термодинамических** формул. Будем рассматривать газ с постоянной теплоёмкостью, то есть политропический. Используем четыре термодинамические формулы:

$$H \equiv \varepsilon + pV; \quad (5) \quad C_V \equiv \frac{\varepsilon}{T}; \quad (6) \quad \frac{C_p}{C_V} = \gamma; \quad (7) \quad C_p \equiv \frac{H}{T}. \quad (8)$$

$$\text{Из (5)} \quad H = \varepsilon + pV = \text{из (6)} = C_V T + pV = \text{из (7)} = \frac{C_p}{\gamma} T + pV = \text{из (8)} = \frac{H}{\gamma} T + pV; \quad (9)$$

$$H \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) = pV; \quad H = \frac{\gamma}{\gamma - 1} pV. \text{ Подставим это выражение в (4):}$$

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{(p_1 - p_2)}{2} (V_1 + V_2).$$

Из законов термодинамики.

Из законов механики.

Изменим порядок членов, чтобы привести уравнение к виду, привычному для уравнения состояния.

$$V_1 \left(\frac{\gamma p_1}{\gamma - 1} + \frac{p_2 - p_1}{2} \right) = V_2 \left(\frac{\gamma p_2}{\gamma - 1} + \frac{p_1 - p_2}{2} \right). \text{ Отсюда:}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{2\gamma p_2 + (\gamma - 1)(p_1 - p_2)}{2\gamma p_1 + (\gamma - 1)(p_2 - p_1)} = \frac{2\gamma + (\gamma - 1) \left(\frac{p_1}{p_2} - 1 \right)}{2\gamma \frac{p_1}{p_2} + (\gamma - 1) \left(1 - \frac{p_1}{p_2} \right)} = \frac{(\gamma - 1) \frac{p_1}{p_2} + (\gamma + 1)}{(\gamma + 1) \frac{p_1}{p_2} + (\gamma - 1)}. \quad (9)$$

Это выражение называется ударной кривой, ударной адиабатой, адиабатой Рэнкина – Гюгонно (Rankin, Hugoniot). У этой кривой есть одна замечательная особенность – при стремлении давления в ударной волне к бесконечности, удельный объём стремится не к нулю, а к некоторой константе.

$$\text{При} \quad p_2 \rightarrow \infty, \quad \frac{V_1}{V_2} \rightarrow \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}.$$

Если бы вещество сжималось по обыкновенной адиабате Пуассона, то V_2 должно было бы стремиться к нулю. Однако на фронте УВ происходят такие сильные **необратимые** потери механической энергии, что вещество разогревается сильнее, чем при адиабатическом процессе и это препятствует дальнейшему увеличению плотности.

§ 2. НЕОБРАТИМЫЕ ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ НА ФРОНТЕ УВ.

Будем рассматривать слабую УВ, в которой скачки давления малы. Тогда можно разложить разность энтальпий и разность объёмов в ряд:

$$H_2 - H_1 = \left(\frac{\partial H}{\partial s}\right)_{p_1} (s_2 - s_1) + \dots + \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_{s_1} (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial p^2}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 H}{\partial p^3}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^3 + \dots \quad (10)$$

$$V_2 - V_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)_{p_1} (s_2 - s_1) + \dots + \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{s_1} (p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 V}{\partial p^3}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^3 + \dots \quad (11)$$

Теперь нужно вычислить значения производных. Вспомним формулу из учебника по термодинамике: $d\varepsilon = T ds - p dV$. (12)

Тогда: $dH = d(\varepsilon + pV) = d\varepsilon + d(pV) = (T ds - p dV) + (p dV + V dp) = T ds + V dp$.

Используя эту формулу, вычислим две производные:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial s}\right)_p = T; \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_s = V; \quad \left(\frac{\partial^2 H}{\partial p^2}\right)_s = \frac{\partial V}{\partial p}. \quad \text{Подставим эти производные в (10):}$$

$$\begin{aligned} H_2 - H_1 &= T_1(s_2 - s_1) + \dots + V_1(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 H}{\partial p^2}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{6} \left(\frac{\partial^3 H}{\partial p^3}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^3 + \dots = \text{из (4)} = (p_2 - p_1) \left(\frac{V_2}{2} + \frac{V_1}{2}\right) = [V_2 \text{ возьмём из (11)}] = \\ &= (p_2 - p_1) \left(\frac{V_1}{2} + \frac{V_1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)_{p_1} (s_2 - s_1)(p_2 - p_1) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^2 + \\ &+ \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^3 + \frac{1}{12} \left(\frac{\partial^3 V}{\partial p^3}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^4 + \dots \quad \text{Последний член мал по сравнению с предпоследним.} \end{aligned}$$

Им можно пренебречь. Тогда получается:

$$\begin{aligned} T_1(s_2 - s_1) - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)_{p_1} (s_2 - s_1)(p_2 - p_1) &= \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_{s_1} (p_2 - p_1)^3 \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right); \\ s_2 - s_1 &= \frac{(p_2 - p_1)^3 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial p^2}\right)_{s_1}}{12T_1 \left(1 - \frac{1}{2T_1} \left(\frac{\partial V}{\partial s}\right)_{p_1} (p_2 - p_1)\right)}. \end{aligned}$$

Оказалось, что скачок энтропии третьего порядка малости по сравнению со скачком

давления. Но из-за этого (хотя и малого) скачка энтропии и происходят необратимые потери энергии на фронте УВ. Или лучше сказать наоборот: из-за необратимых (вязких) потерь энтропия возрастает.

Насколько меняется внутренняя энергия из-за изменения энтропии на фронте? Из (7):

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 - \varepsilon_1 &= H_2 - p_2 V_2 - H_1 + p_1 V_1 = (H_2 - H_1) + p_1 V_1 - p_2 V_2 = \\ &= \frac{1}{2} (p_2 - p_1)(V_2 + V_1) + p_1 V_1 - p_2 V_2. \end{aligned}$$

$$\text{Окончательно: } \Delta \varepsilon_{\text{ударн.}} = \frac{1}{2} (p_2 + p_1)(V_1 - V_2). \quad (13)$$

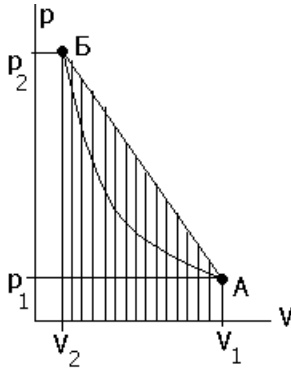


Рис. 2.

Геометрическая интерпретация формулы (13) показана на рис. 2. Изменение внутренней энергии на фронте УВ – это площадь заштрихованной трапеции под отрезком прямой А – В. Нужно отметить, что точки не двигаются по ударной кривой. Они возникают в конечном пункте мгновенно, так как фронт УВ – разрывная функция.

Для того, чтобы оценить необратимые потери энергии, вычислим теперь изменение внутренней энергии при обратимом адиабатическом процессе.

$$\Delta \varepsilon_{\text{isoentropy}} = \varepsilon(V_{\text{II}}) - \varepsilon(V_{\text{I}}) = \text{ так как } ds = 0, \text{ то из (12)} \quad = - \int_{V_{\text{I}}}^{V_{\text{II}}} p dV.$$

Давление p возьмём из адиабаты Пуассона:

$$p = p_{\text{I}} \left(\frac{V_{\text{I}}}{V} \right)^{\gamma}. \text{ Тогда:}$$

$$\Delta \varepsilon_{\text{isoentropy}} = -p_{\text{I}} V_{\text{I}}^{\gamma} \int_{V_{\text{I}}}^{V_{\text{II}}} V^{-\gamma} dV = - \frac{p_{\text{I}} V_{\text{I}}^{\gamma}}{1-\gamma} V^{1-\gamma} \Big|_{V_{\text{I}}}^{V_{\text{II}}} = \frac{p_{\text{I}} V_{\text{I}}^{\gamma}}{\gamma-1} (V_{\text{II}}^{1-\gamma} - V_{\text{I}}^{1-\gamma}) = \frac{p_{\text{I}} V_{\text{I}}}{\gamma-1} \left(\left(\frac{V_{\text{I}}}{V_{\text{II}}} \right)^{\gamma-1} - 1 \right). \quad (14)$$

Разница между этими изменениями внутренней энергии, одно из которых происходит в изэнтропическом процессе, другое – при ударном сжатии, есть необратимые потери энергии на фронте УВ. Обозначим $\Delta \varepsilon_{\text{ударн.}} - \Delta \varepsilon_{\text{isoentropy}} = \delta \varepsilon$. Вычислим необратимую потерю энергии для УВ в воде. $\gamma = 7$, $p^* = 3130$ бар. Если выбрать, для примера, сжатие по адиабате $V_{\text{I}}/V_{\text{II}} = 1.1$, то

$$\left(\frac{V_{\text{I}}}{V_{\text{II}}} \right)^{\gamma} = \frac{p}{p^*} = 1.95; \quad \Delta p = p - p^* = 3130 \cdot 0.95 = 2970 \text{ бар.}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{(V_1 / V_2)(\gamma + 1) - (\gamma - 1)}{(\gamma + 1) - (V_1 / V_2)(\gamma - 1)} = \frac{1.1 \cdot 8 - 6}{8 - 1.1 \cdot 6} = 2.$$

Между 1.95 и 2 разница лишь в 2.5%, поэтому можно считать, что $V_2 = V_{\text{II}}$, а $p_2 = p_{\text{II}}$. Подставив эти числа в (13) и (14), получим для относительного необратимого изменения внутренней энергии: $(\delta \varepsilon / \Delta \varepsilon_{\text{ударн.}}) = 0.14$, то есть разница не мала. При ударном сжатии каждой порции вещества 14% механической энергии безвозвратно переходит в тепло.

Интересно, что по адиабате Пуассона можно из точки p_0, V_0 , задав V_1 попасть в точку p_1, V_1 , а, затем, задав V_2 , попасть в точку p_2, V_2 на той же кривой. По ударной кривой, передвигаясь подобным образом, попасть в ту же точку нельзя. Два скачка не равноценны одному суммарному.

§ 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕЩЕСТВ ПРИ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЯХ.

Для создания высоких давлений в УВ применяют разные источники:

1. Взрывающиеся проволочки и фольги. Электровзрыв. Борьба с индуктивностью за высокие скорости выделения энергии. Снятие напряжения при помощи разрядника с задержкой или с помощью взрывающейся проволочки. Измерение импульсного тока и напряжения. Шунты и пояс Роговского. Измерение мощности при электровзрыве.
2. Газовые пушки.
3. Ударные трубы.
4. Электродинамический излучатель.
5. Химические взрывчатые вещества.

Метод откола.

К бруску взрывчатого вещества (ВВ) прижимают пластину исследуемого материала.

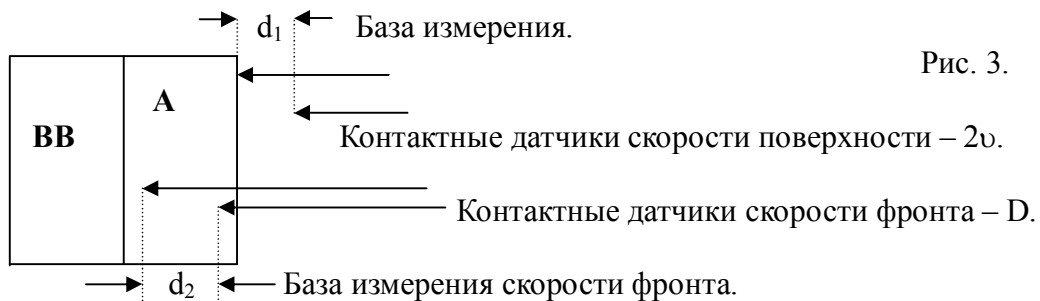


Рис. 3.

В этих экспериментах используется гипотеза об удвоении массовой скорости на свободной поверхности. Эта гипотеза, вообще говоря, верна лишь для достаточно слабых УВ, когда ударную кривую можно заменять изоэнтропой.

Измерив в нескольких опытах $2v$ и D , можно построить график зависимости $D(v)$. Или, если вспомнить формулы $\Delta p = \rho_0 D v$, $\rho_0 D = \rho(D - v)$, $V = 1/\rho$, то можно построить графики зависимостей $\Delta p(v)$, $D(\Delta p)$, $\Delta p(v)$.

Рассмотрим падение скачка давления (и массовой скорости) на плоскую границу раздела веществ А и Б. Если акустическое сопротивление вещества Б будет больше, то отражённая волна будет волной сжатия. Это видно из граничных условий и графических иллюстраций к ним в очень удобных для этого случая координатах $\Delta p - v$.

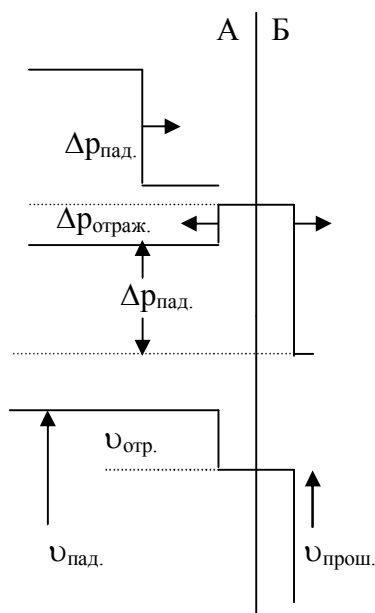


Рис. 4.

Здесь проиллюстрировано отражение скачка давления в веществе А от границы с веществом Б, которое имеет большее акустическое сопротивление. Граничные условия – прилипание:

$$\Delta p_{\text{пад.}} + \Delta p_{\text{отраж.}} = \Delta p_{\text{прощ.}}$$

$$\bar{v}_{\text{пад.}} + \bar{v}_{\text{отраж.}} = \bar{v}_{\text{прощ.}}$$

В этом случае давление в отражённой волне прибавляется к давлению в падающей и их сумма равна давлению в прошедшей границу волне. Для отраженной волны массовой скорости изменяется положительное направление

одинаковые, и движутся равномерно и прямолинейно, то они равноправны и скачки массовой скорости в них равны, $W = v_M + v_y$, $v_M = v_y$.

Альтшулер в 60-х годах методом торможения получил ударные кривые железа вплоть до $5 \cdot 10^6$ бар. Скорости достигали значений: $D \sim 12$ км/сек, $v \sim 5$ км/сек.

Кстати, если считать, что максимальное сжатие, достигнутое в этих опытах – это и есть предельное сжатие, то из $(V/V_0)_{\max} = 1.75 = (\gamma + 1)/(\gamma - 1)$. Отсюда получается, что $\gamma = 3.7$.

Если известна ударная кривая ударника, то мишень можно брать из другого материала. Для построения ударной кривой материала мишени необходимо по этим данным определить массовую скорость в мишени v_M . Для этого в координатах $\Delta p - v$ проводят прямую $\Delta p = \rho_{0M} D_M v$ (прямая Б на рис 7). Искомая точка с координатами Δp_M , v_M непременно лежит на этой прямой. Волна в ударнике бежит влево, поэтому ударная кривая ударника на этом графике должна быть изображена в зеркальном виде. Кроме того, известно, что $v_M = v_M + v_y$.

Откуда начинать строить ударную кривую? Если мишень – вакуум, то её ударная кривая – ось абсцисс. В вакууме $v_M = W$. Значит ударную кривую ударника нужно строить:

- а. Зеркально-симметричной.
- б. От скорости W .

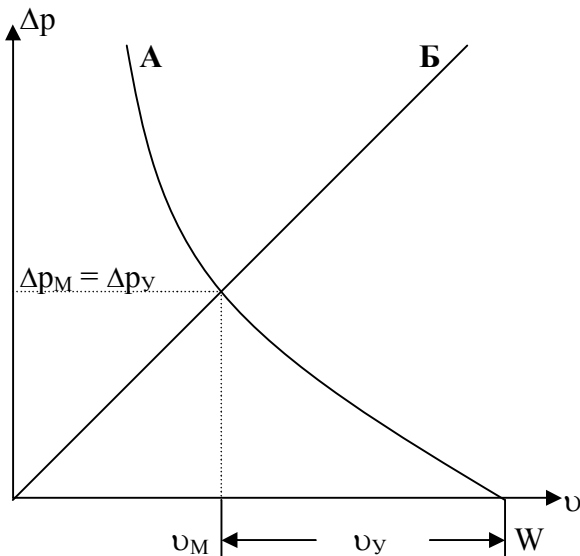


Рис. 7.

Тогда точка пересечения этой кривой (кривая А на рис. 7) с прямой Б будет удовлетворять граничным условиям. Кроме того, она принадлежит обеим ударным кривым. Это – первая экспериментальная точка искомой кривой мишени (если не считать начало координат).

После этого можно проделать ещё несколько опытов и получить таким же образом ещё несколько экспериментальных точек ударной кривой мишени.

Метод отражения.

В этом методе к бруску вещества А с известной ударной кривой прижимают несколько меньших образцов из различных материалов, но один из них должен быть сделан тоже из вещества А. Измеряют скорости распространения фронта УВ в образце из вещества А и во всех остальных образцах.

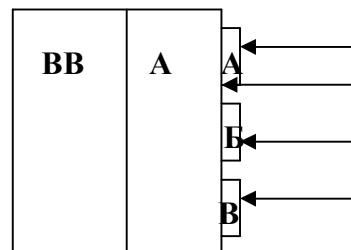
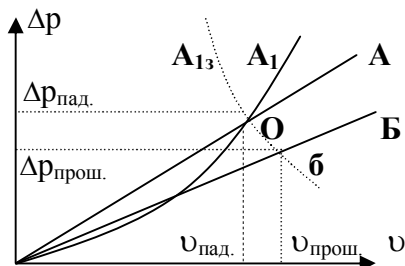


Рис. 8.

Определим массовую скорость в образце Б. Так как скорости УВ в образцах измерены, мы можем построить в координатах $\Delta p - v$ две прямые:

А: $\Delta p = \rho_{0A} D_A v$ и Б: $\Delta p = \rho_{0B} D_B v$. Ударная кривая вещества А (кривая A_1) пересекает прямую А в точке О, координаты которой – массовая скорость и давление в падающей волне, которая не замечает границу раздела большого и маленького блоков.

Из точки О строят: вниз – зеркально- симметричную изоэнтропу вещества А;
вверх – зеркально-симметричную ударную кривую вторичного сжатия вещества А.

Если D_A и D_B близки, что, как правило и стараются сделать, то просто чертят зеркально-симметричную ударную кривую вещества А и находят параметры отражённой и прошедшей ударных волн, а по ним и точку (б) на ударной кривой вещества Б. Здесь вещество Б – акустически менее плотное, чем вещество А и отражённая волна – волна разрежения. Ударную кривую вещества Б строят по результатам нескольких таких опытов.

Измерены параметры ударных кривых для множества веществ. Для иллюстрации приведём ударные кривые меди и железа из статьи Мак-Куина. Ударные кривые получены методом торможения. Бросается в глаза, что если продолжить эти зависимости в область маленьких массовых скоростей, то точки пересечения с осью ординат не будут линейно-акустическими скоростями звука. С другой стороны и нет экспериментальных точек со скоростями, меньшими скорости звука.

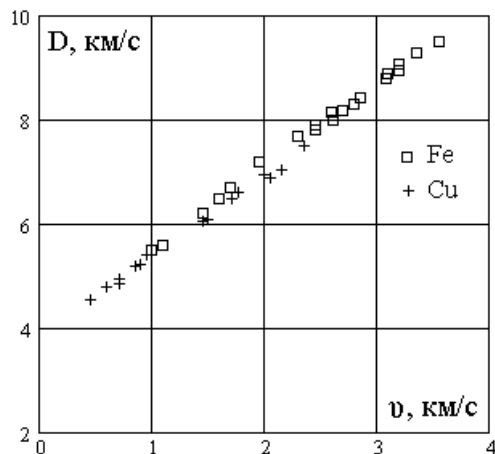


Рис. 9.

Для меди скорость звука:
в жидкой фазе – (3270 – 3450) м/с;
в твёрдой – 4760 м/с.

Среднее арифметическое между ними – 4060 м/с.

Продолжение ударной кривой стремится к значению 3940 м/с. Это близко к среднему арифметическому. Может быть это связано с тем, что на фронте УВ металл проходит состояния от твёрдого к жидкому, а при больших давлениях и к газообразному и плазменному.

Если определять параметры уравнения состояния в форме Тэта для железа, то

$$\gamma_{Fe} = \frac{4(D - C_0)}{v} - 1 = 5.5. \quad \text{Здесь } C_0 \text{ взято из графика рис. 9.}$$

$$p_{Fe}^* = \frac{\rho_0 C_0^2}{\gamma} = 180000 \text{ бар.}$$